

Моделирование вращающегося магнитного поля

Кубов В.И. 2013

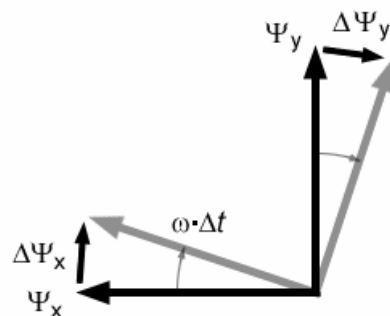
Основные соотношения

- Магнитный поток через площадку S определяется скалярным произведением $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$ или $\Phi = B \cdot S \cdot \cos \varphi$. Здесь φ - угол между магнитным полем и нормалью к площадке.
- По определению потокосцепление через контур из n -витков есть $\Psi = n \cdot \Phi$. С другой стороны, потокосцепление определяется индуктивностью и током контура $\Psi = L \cdot I$. Это одно из определений индуктивности.
- Изменения магнитного потока порождают в контуре ЭДС $E = -n \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$.
- Для неизменной конфигурации проводников $L = const$ имеем $E = -L \cdot \frac{dI}{dt}$.
- Для вращающегося (угол $\varphi(t) = \omega \cdot t + \varphi_0$) магнитного поля с постоянной индукцией B (неизменным током I), порождаемая в контуре ЭДС, определяется изменением взаимной ориентации магнитного поля и площади контура $E = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(\Psi_0 \cdot \cos \varphi)}{dt}$ или $E = -\frac{d\Psi}{dt} = \Psi_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$. Т.е. ЭДС максимальна для площадки контура, ориентированной перпендикулярно к направлению магнитного поля..

Если взять две неподвижные катушки с взаимно ортогональной ориентацией – одна ориентирована по оси x , а другая – по y , то ЭДС, порождаемые в них вращающимся магнитным полем, будут иметь сдвиг фаз 90° .

На рисунке справа приведена иллюстрация изменений проекций магнитных потоков - Ψ_x , Ψ_y , возникающих при повороте магнитного поля на угол $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$. Вращающаяся компонента Ψ_x порождает ЭДС в катушке ориентированной по оси y , а компонента Ψ_y - по оси x .

Это можно использовать для эмуляции вращающегося магнитного поля неподвижными катушками.



Для эмуляции системы с вращающимся магнитным полем достаточно взять две катушки с взаимно ортогональной ориентацией, и задать необходимый закон изменения токов и напряжений в них. Естественно, хочется, чтобы эти катушки, условно обозначенные L_x и L_y , сами бы следили за собственными, взаимно согласованными, изменениями токов.

Оказывается, это очень легко сделать, вводя ЭДС, порождаемую вращающимся магнитным полем. А именно: ток в катушке x порождает ЭДС в катушке y - $E_y = \omega \cdot \Psi_x$, а ток в катушке y порождает ЭДС в катушке x - $E_x = -\omega \cdot \Psi_y$. Знаки ЭДС обусловлены направлениями осей системы координат (см. рисунок). Соответственно, $E_y = \omega \cdot L' \cdot I_x$ и $E_x = -\omega \cdot L' \cdot I_y$, здесь L' - эквивалентная индуктивность каждой из неподвижных катушек.

Таким образом, система с вращающимся магнитным полем моделируется двумя связанными, неподвижными катушками. Но связанными не обычной индуктивной связью, а связью через вращающееся магнитное поле, якобы порождаемое этими же катушками. Это несколько необычно, но дает нужный результат.

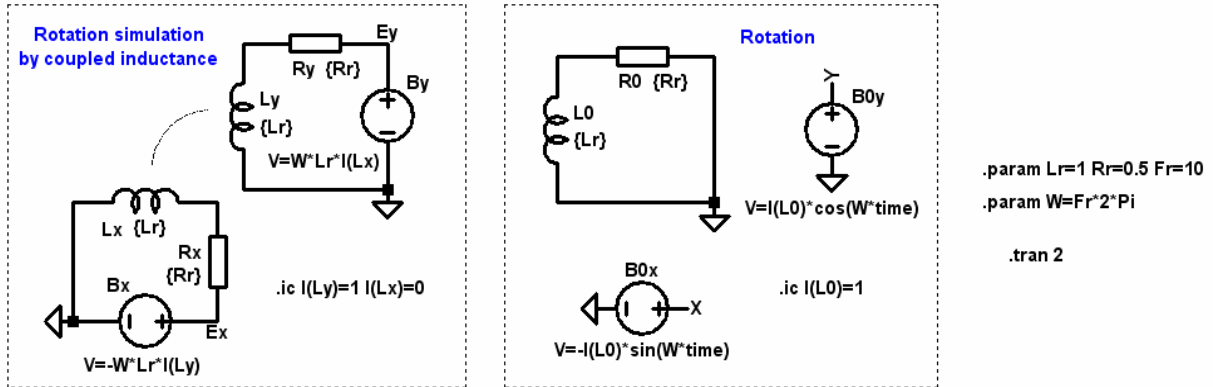
Следует подчеркнуть, что дополнительные ЭДС возникают в системе неподвижных катушек. Но эти ЭДС отсутствуют в системе вращающейся вместе с магнитным полем. Кроме того, неподвижные катушки не способны сами по себе, без внешнего возбуждения, или колебательного контура, создать вращающееся магнитное поле. Индуцированные в роторе токи стремятся “погасить” вращающееся магнитное поле, создавая точно такое же

поле противоположной ориентации. Зная это, мы искусственно вводим фиктивные ЭДС в неподвижных катушках, обеспечивающие такое же “гашение” поля, как и вращающийся ротор.

Не учет этих обстоятельства может приводить к, различного рода, парадоксам.

LTspice-модель вращающегося магнитного поля

Ниже приведена LTspice-модель, иллюстрирующая процедуру симуляции вращающегося магнитного поля неподвижными, но функционально связанными катушками.



Модель вращающегося магнитного поля.

В левой части схемы показаны два функционально связанных контура x и y . Каждый из контуров имеет свою индуктивность L_i , сопротивление R_i и источник ЭДС V_i . ЭДС определяется током в смежном, ортогональном контуре:

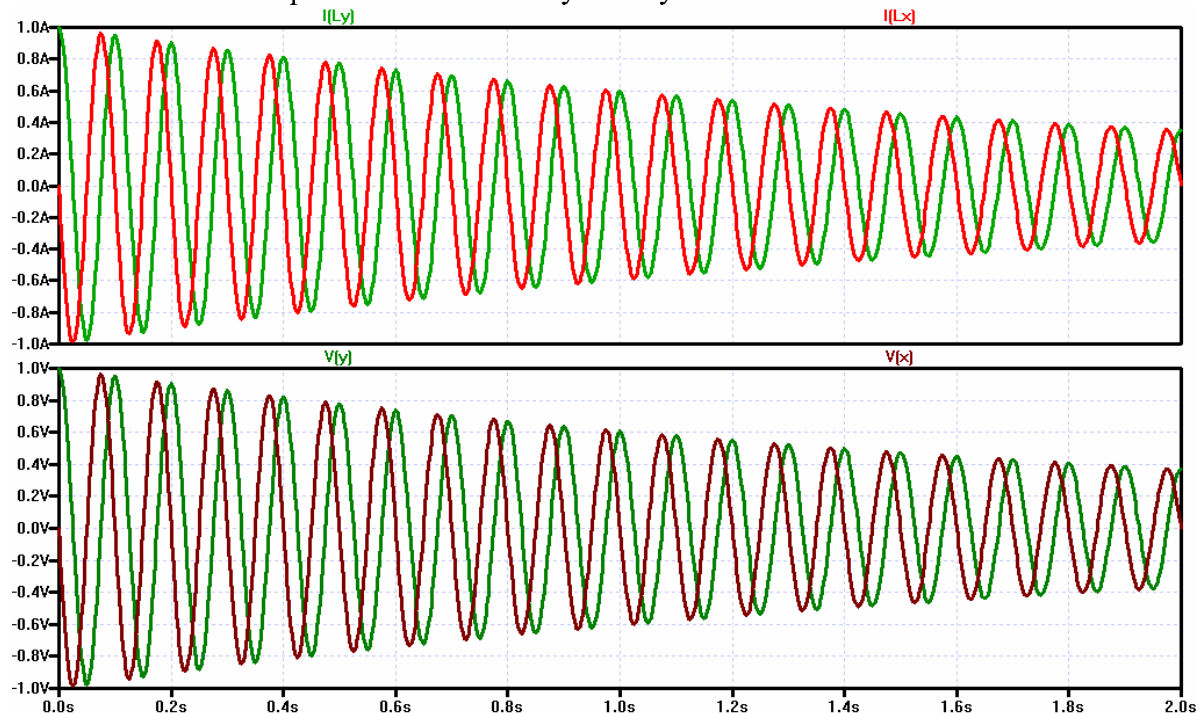
- для y : $V=W*Lr*I(Lx)$;
- для x : $V=-W*Lr*I(Ly)$.

В начальный момент времени ток в y -контуре равен 1А, а в x -контуре – нулю.

Справа показан обычный, уединенный контур из индуктивности L_0 и сопротивления R_0 . В начальный момент времени ток в этом контуре равен 1А. При вращении этого контура, эквивалентные проекции тока на оси x , y должны изменяться во времени, в соответствии с углом поворота. Проекции на оси вычисляются источниками напряжения V_0i :

- для y : $V=I(L_0)*\cos(W*time)$;
- для x : $V=-I(L_0)*\sin(W*time)$.

Здесь 1V источника напряжения соответствует току 1А.

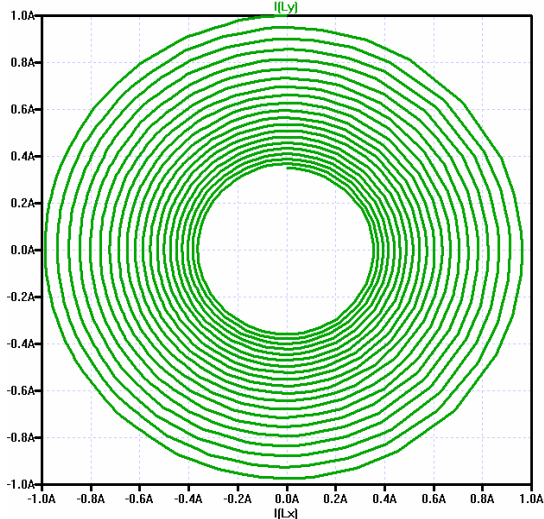


Изменения во времени токов связанных неподвижных катушек - сверху, и проекций тока вращающейся катушки - внизу.

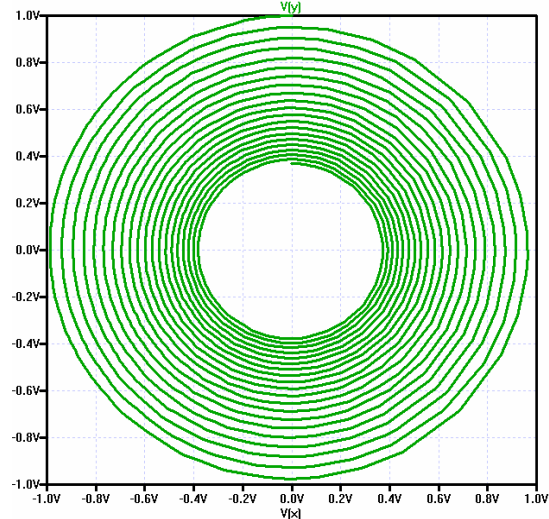
Токи взаимно связанных катушек и проекции вращающейся катушки изменяются во времени подобным образом.

Кроме того, достаточно условий $L_x=L_y=L_0$, $R_x=R_y=R_0$ и равенства начальных токов в соответствующих проекциях - $I_0^2 = I_x^2 + I_y^2$. Т.е. параметры неподвижных катушек идентичны параметрам, вращающейся катушки.

Ниже приведены графики взаимных x, y зависимостей, для пары неподвижных катушек и одиночной, вращающейся катушки.



Токи неподвижных, связанных катушек



Проекции тока вращающейся катушки

Фазовые диаграммы токов и проекций.

Обе диаграммы описывают вращение некоего вектора тока по часовой стрелке с медленно убывающей амплитудой.

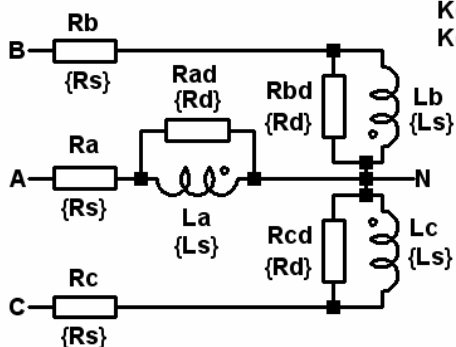
Еще раз подчеркнем – в неподвижных катушках никаких иных механизмов, кроме взаимной связи нет, а в результате порождается колебательный процесс, симулирующий вращение порождаемого ими тока.

Такой механизм взаимодействия неподвижных катушек используется и в модели вращающейся катушки (белчьего колеса) ротора асинхронного двигателя.

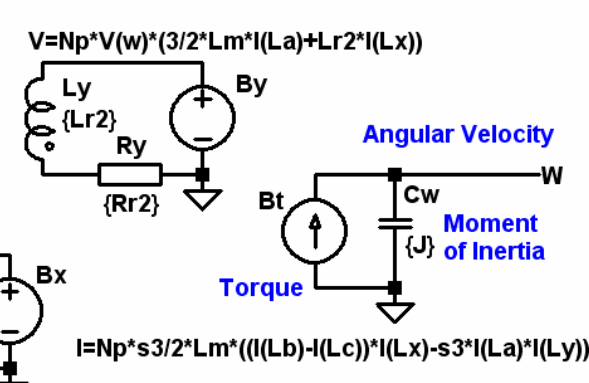
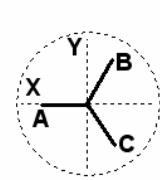
```
.param Lr=Tlr*Rr; Rotor Inductance
+ Lr2=Lr*3/2 Rr2=Rr*3/2
+ Lm=sqrt(Ls*Lr)*k
+ k0=Lm/sqrt(Ls*Lr2)
+ s3=sqrt(3)
```

```
Kax La Lx {k0}
;Kay La Ly 0
Kbx Lb Lx {-k0/2}
Kby Lb Ly {k0*s3/2}
Kcx Lc Lx {-k0/2}
Kcy Lc Ly {-k0*s3/2}
```

```
.param Np=2; Stator Pole Number
+ J=0.06m; Moment of Inertia
+ k=0.92; Mutual Coupling Coeff
+ Ls=8; Stator Induction
+ Rd=100K; Stator Dissipation
+ Rs=600; Stator Resistance
+ Tlr=20m; Rotor LR-Time
+ Rr=1m; Rotor Resistance
```



Sohor U.N. design 2008
Kubov V.I. revision 2013
Kulinich M. motor params



$$I = Np * s3/2 * Lm * ((I(Lb) - I(Lc)) * I(Lx) - s3 * I(La) * I(Ly))$$

$$V = -Np * V(w) * (Lm * s3/2 * (I(Lb) - I(Lc)) + Lr2 * I(Ly))$$

Модель асинхронного двигателя.

В заключение, выражаю большую признательность Володину В.Я. за конструктивную помощь в решения ряда идеологических проблем, возникших в ходе интерпретации результатов моделирования.